#### doi:10.3969/j.issn.1001-893x.2015.04.013

**引用格式**:霍龙. 基于比例速率保证的信道误差 OFDMA 中继系统资源分配[J]. 电讯技术,2015,55(4):424-429. [HUO Long. Proportional Rate Constraint Resource Allocation for OFDMA Relay Systems with Channel Estimated Error[J]. Telecommunication Engineering,2015,55(4):424-429. ]

# 基于比例速率保证的信道误差 OFDMA 中继系统资源分配\*

## 霍 龙\*\*

(重庆邮电大学移动通信技术重点实验室,重庆400065)

摘 要:针对存在有信道估计误差的正交频分多址(OFDMA)中继系统,在考虑用户传输中断概率的 同时,提出了满足不同用户最小服务质量(QoS)需求和比例公平性约束条件下的中继选择、子载波 分配和功率分配的联合优化问题,建立了以最大化系统总容量为目标的优化模型。在此基础上以速 率最大化为目标进行最佳中继选择,并通过动态子载波分配来满足用户的最小 QoS 需求和比例公平 性,最后采用拉格朗日乘子法来得到最优功率分配方案。仿真结果表明,此算法在降低用户中断概 率的同时,提高了系统吞吐量并保证了用户速率的比例公平性。

关键词:正交频分多址;资源分配;信道估计误差;中断概率;中继选择;比例公平

中图分类号:TN92 文献标志码:A 文章编号:1001-893X(2015)04-0424-06

## Proportional Rate Constraint Resource Allocation for OFDMA Relay Systems with Channel Estimated Error

## HUO Long

(Key Laboratory of Mobile Communication Technology, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: This paper addresses joint relay selection, dynamic subcarrier allocation and power allocation in the presence of the outage probability, users' quality of service (QoS) requirement and proportional rate constraints, in orthogonal frequency division multiple access (OFDMA) relay systems with channel estimated error. A mathematical model for maximizing the sum rate is established. Moreover, in order to enhance proportional fairness among users, this paper develops an optimal low complexity subcarrier assignment scheme to meet the minimum QoS requirement of each user firstly and allocates the excess subcarriers to maintain the proportional fairness. Simulation results show that the proposed algorithm improves the system performance significantly compared with the conventional schemes in terms of the outage probability, sum rate and fariness.

Key words: OFDMA; resource allocation; channel estimated error; outage probability; relay selection; proportional fairness

## 1 引 言

在无线网络中,中继技术可以有效地提高传输 速率,减小网络的通信时延,降低发送功率和扩大网 络覆盖范围。因此,研究基于正交频分多址(OFD- MA)系统的中继网络具有重要的意义。然而,基于 OFDMA系统的中继网络与传统单跳的 OFDMA 网 络相比更为复杂,需要考虑中继选择、子载波分配、 功率分配等问题。

· 424 ·

 <sup>\*</sup> 收稿日期:2014-11-17;修回日期:2015-03-16 Received date:2014-11-17;Revised date:2015-03-16 基金项目:国家高技术研究发展计划(863 计划)项目(2014AA01A701)
 Foundation Item: The National High-tech R&D Program of China(863 Program)(2014AA01A701)
 : 通知作者: 476631575@ are served. Common and the program of China(863 Program)(2014AA01A701)

<sup>\*\*</sup> 通讯作者:476631575@qq.com Corresponding author:476631575@qq.com

文献[1]研究了在多中继 OFDMA 网络中联合 功率分配、中继选择和子载波分配的相关算法,却仅 仅考虑了单中继系统,并未考虑到多中继联合优化 的高复杂性问题。因此,文献[2]提出了几种基于 多用户和多中继场景下的功率和子载波分配算法, 虽然这些算法提高了系统容量,但都没有考虑用户 的服务质量(QoS)要求。针对存在信道误差的 OFDMA 中继系统,文献[3-4]提出了一种在信道估 计误差的 OFDMA 中继网络中满足多用户 QoS 需求 的子载波和功率分配算法,文献[5]提出了一种在 基于不完整 CSI 的多中继 OFDMA 系统中以最大化 系统加权和速率为目标的中继选择、子载波和功率 分配的联合优化算法。

本文针对具有信道估计误差的多中继和多用户 OFDMA 网络,考虑用户传输中断概率的约束条件,提 出满足多用户 QoS 和速率比例性约束的联合中继选 择、功率分配和子载波分配的资源分配算法,建立了 以系统吞吐量最大化为目标的优化数学模型,提出了 最优中继选择方案、优化的子载波和功率分配算法来 保证用户 QoS 需求和用户间速率比例公平性。

#### 2 系统模型

考虑一个下行的 OFDMA 中继系统,其中有一个 位于小区中心的基站,Z个中继和 K 个移动用户及 M个正交的子载波,K 个用户要选择其中的 N 个中继进 行协助通信,每个子载波都具有平坦衰落,且存在加 性高斯白噪声。本文假设不考虑基站与用户间的直 接通信。我们定义  $\hat{h}_{b,n}^{i}$ 和  $\hat{h}_{n,k}^{i}$ 分别表示第一跳中基站 到中继 n 在子载波 i 上估计的信道增益和第二跳中 继到用户 k 在子载波 i 上估计的信道增益。

系统中的中继采用解码转发策略,即传输的信息帧被划分成两个时隙。在第一时隙,对于用户 k, 基站发送的信号 x<sup>i</sup><sub>k</sub>以功率 p<sup>b</sup><sub>i,n,k</sub>在子载波 i 上发送到 中继 n,然后中继将接收到的信号进行解码转发给 用户。其中,中继 n 接收到来自基站的信号为

$$y_{n}^{i} = \sqrt{L_{b,n} p_{i,n,k}^{b}} \hat{h}_{b,n}^{i} x_{k}^{i} + n_{b,n}^{i} \circ$$
(1)

式中, $L_{b,n}$ 为基站到中继 n 之间的路径损耗, $n_{b,n}^{i}$ 是基站到中继 n 在子载波 i 上接收到的均值为 0、方差为  $\sigma_{n}^{2}$ 的加性高斯白噪声(AWGN)。

在实际情况中,接收端对信道进行估计产生估 计误差,误差方差表示为 $\sigma_s^2$ ,即基于最小均方误差 估计(MMSE)方法对信道估计所产生的误差<sup>[6]</sup>。则 在第一跳中,对于用户k,根据文献[6],基站到中继 n 在子载波 i 上的信噪比可表示如下:

$$\gamma_{i,n,k}^{b} = \frac{L_{b,n} p_{i,n,k}^{b} | \hat{h}_{b,n}^{i} |^{2}}{\sigma_{n}^{2} + p_{i,n,k}^{b} \sigma_{\varepsilon}^{2}}$$
(2)

在第二跳中,中继 n 将解码之后的信号以功率 p<sup>r</sup><sub>i,n,k</sub> 在子载波 i 上传输给用户 k,则用户 k 接收到的信 号为

$$z_{k}^{i} = \sqrt{L_{n,k} p_{i,n,k}^{r}} \hat{h}_{n,k}^{i} x_{k}^{i} + n_{n,k}^{i} \circ$$
(3)

式中,*L<sub>n,k</sub>*为中继 *n*与用户 *k*之间的路径损耗,*n<sup>i</sup><sub>n,k</sub>*是中继 *n*到用户 *k*在子载波 *i*上的高斯白噪声。

我们假设第二跳为多输入单输出(MISO)链路,则在第二跳中,根据文献[6],对于用户 *k*,被选择的中继在子载波 *i* 上的总的信噪比可表示如下:

$$\gamma_{i,n,k}^{r} = \frac{\sum_{n=1}^{N} L_{n,k} p_{i,n,k}^{r} |\hat{h}_{n,k}^{i}|^{2}}{\sigma_{k}^{2} + p_{i,n,k}^{r} \sigma_{\varepsilon}^{2}}$$
(4)

本文设置一组二进制变量 $\rho_{i,n,k} \in \{0,1\}$ 对子载 波的分配问题进行处理,设置一个路径P(i,n,k)表 示第一跳的信道*i*与中继*n*配对,第二跳中把此配 对的路径分配给用户*k*。假如路径P(i,n,k)被选 择,则 $\rho_{i,n,k}=1$ ,否则 $\rho_{i,n,k}=0$ 。另外,本文假设每个 信道仅只能分配给一个用户,但是一个用户可以有 多个子载波对为其服务,因此,这些二进制变量有以 下限制条件:

$$\sum_{n=1}^{N} \sum_{k=1}^{K} \rho_{i,n,k} = 1, \forall i_{\circ}$$
(5)

对于任意的路径 P(i,n,k),基站和中继的传输 功率限制分别表示为

 $\sum_{i,n,k} \rho_{i,n,k} p_{i,n,k}^{b} \leqslant P_{\max}^{b}, \sum_{i,k} \rho_{i,n,k} p_{i,n,k}^{r} \leqslant P_{\max}^{r} \forall n_{\circ} (6)$ 式中,  $P_{\max}^{b}$ 表示的是基站最大的传输功率,  $P_{\max}^{r}$ 表示 每个中继的最大传输功率(假设每个中继的最大传 输功率相等), 则总的传输功率的限制为

$$\sum_{i,n,k} \rho_{i,n,k} (p_{i,n,k}^{b} + p_{i,n,k}^{r}) \leq P_{\max} \circ$$

$$(7)$$

式中,P<sub>max</sub>表示基站和中继总的的最大传输功率。

因此,在第一跳中,用户 k 通过中继 n 在子载波 i 上的瞬时速率和第二跳中用户 k 在子载波 i 上的 瞬时速率分别表示如下:

$$R_{i,n,k}^{b} = \lg(1 + \gamma_{i,n,k}^{b})$$
, (8)

$$R_{i,n,k}^{r} = \lg(1 + \gamma_{i,n,k}^{r}) \circ \qquad (9)$$

由于 $\sigma_s^2$ 很小,本文为了减少计算量,令式(2) 中 $p_{i,n,k}^b\sigma_s^2$ 和式(4)中 $p_{i,n,k}^c\sigma_s^2$ 在每个子载波上分配 的功率是平均的,即表示为 $p_{i,n,k}^b\sigma_s^2 = P_{\max}^b\sigma_s^2/M$ 和  $p_{i,n,k}^c\sigma_s^2 = NP_{\max}^r\sigma_s^2/M_o$ 则传输速率的表达式(8)和 (9)分别修改为

$$R_{i,n,k}^{b} = \lg \left( 1 + \frac{L_{b,n} p_{i,n,k}^{b} |\hat{h}_{b,n}^{i}|^{2}}{\sigma_{n}^{2} + P_{\max}^{b} \sigma_{s}^{2} / M} \right), \qquad (10)$$

· 425 ·

因此,路径 P(i,n,k)上的数据传输速率为

$$R_{i,n,k} = \frac{1}{2} \min\{R_{i,n,k}^{b}, R_{i,n,k}^{r}\} \quad (12)$$

用户 k 的数据传输速率就是相当于服务于它的 每个 OFDMA 子载波的数据传输速率总和,表示 如下:

$$R_{k} = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \rho_{i,n,k} R_{i,n,k} \circ$$
(13)

对于每个用户 k,在第一跳和第二跳中通过中继 n 在子载波 i 上进行信息传输需要满足其最小的 QoS 要求,即在第一跳中满足最小的 SNR( $\gamma_{i,n,k}^{b,\min}$ ) 且 在第二跳中也要满足最小的 SNR( $\gamma_{i,n,k}^{r,\min}$ ) 要求,或者 满足最低传输速率  $R_{i,n,k}^{b,\min}$ 和  $R_{i,n,k}^{r,\min}$ 的需求,否则,这条 路径上将会出现通信中断的情况。

对于用户 k,在第一跳中,即基站到中继 n 在子 载波 i 上的中断概率可表示为<sup>[7]</sup>

$$Q_{i,n,k}^{b} = \Pr(R_{i,n,k}^{b} < R_{i,n,k}^{b,\min}) = 1 - \exp(-\frac{\gamma_{i,n,k}^{b,\min}N_{n}}{p_{i,n,k}^{b}\hat{h}_{b,n}^{i}}) \quad (14)$$

式中,N<sub>n</sub> 表示基站到中继 n 的噪声功率谱密度。

对于用户 k,基站到中继 n 在子载波 i 上的中断 概率需小于用户所能容忍的中断概率门限  $\xi_{i,n,k}^{b}$ ,即  $Q_{i,n,k}^{b} < \xi_{i,n,k}^{b}$ ,则中断的约束表达式为

$$1 - \exp(-\frac{\gamma_{i,n,k}^{b,\min}N_n}{p_{i,n,k}^b \hat{h}_{b,n}^i}) < \xi_{i,n,k}^b \circ$$
(15)

公式(15)可表示为

$$\frac{\gamma_{i,n,k}^{b,\min}N_n}{p_{i,n,k}^b\hat{h}_{b,n}^i} < -\ln(1 - \xi_{i,n,k}^b)_{\circ}$$
(16)

由于1- $\xi_{i,n,k}^b$ <0, $\ln(1-\xi_{i,n,k}^b)$ <0,则- $\ln(1-\xi_{i,n,k}^b)$ <0。

对于用户 k,在第二跳中,即中继 n 到用户 k 在 子载波 i 上的中断概率可表示为

$$Q_{i,n,k}^{r} = \Pr(R_{i,n,k}^{r} < R_{i,n,k}^{r,\min}) = 1 - \exp(-\frac{\gamma_{i,n,k}^{r,\min}N_{k}}{p_{i,n,k}^{r}\hat{h}_{n,k}^{i}})_{\circ}$$
(17)

式中, $N_k$ 表示中继到用户k的噪声功率谱密度。

同样,用户 k 的中断概率需小于其所能容忍的中断概率门限  $\xi'_{i,n,k}$ ,即  $Q'_{i,n,k}$ ,相应地表示如下:

$$1 - \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\gamma}_{i,n,k}^{r,\min}N_k}{p_{i,n,k}^r}\right) < \boldsymbol{\xi}_{i,n,k}^r \circ$$
(18)

同样,公式(18)可表示为  
$$\frac{\gamma_{i,n,k}^{r,\min}N_k}{p_{i,n,k}^r\hat{h}_{n,k}^i} < -\ln(1-\xi_{i,n,k}^r)_{\circ}$$
(19)

通过以上分析,本文提出的优化问题表示如下:  

$$\max_{\phi, p^{b}, p^{r_{i=1}} = 1}^{M} \sum_{k=1}^{N} \sum_{k=1}^{k} \rho_{i,n,k} R_{i,n,k}$$
s.t. (5)(6)(7)  
 $Q_{i,n,k}^{b} < \xi_{i,n,k}^{c}, Q_{i,n,k}^{r} < \xi_{i,n,k}^{r}, \forall k$   
 $\rho_{i,n,k} \in \{0,1\}$   
 $p_{i,n,k}^{b} \ge 0, p_{i,n,k}^{r} \ge 0.$  (20)

式中,  $\Phi = [\rho_{i,n,k}]_{M \times N \times K}$ ,  $p^b = [p^b_{i,n,k}]_{M \times N \times K}$ ,  $p^r = [p^r_{i,n,k}]_{M \times N \times K}$ 。

## 3 资源分配算法

由于式(20)中的优化问题是一种混合整数非 线性问题,并且同时考虑 QoS 约束,使问题更难解 决。而且,在寻找最优解决方案的同时还需要考虑 到降低算法的复杂度,因此,本文提出一种次优解的 算法来降低系统复杂度。

次优化问题(20)等同于通过拉格朗日优化方 法来最大化以下函数:

$$L(\Phi, p^{b}, p^{r}, \mu, \nu, \lambda) = \sum_{i,n,k} \rho_{i,n,k} R_{i,n,k} - \sum_{i=1}^{M} \mu_{i} \left( \frac{\gamma_{i,n,k}^{b,\min} N_{n}}{p_{i,n,k}^{b} \hat{h}_{b,n}^{i}} + \ln(1 - \xi_{i,n,k}^{b}) \right) - \sum_{i=1}^{M} \nu_{i} \left( \frac{\gamma_{i,n,k}^{r,\min} N_{k}}{p_{i,n,k}^{r} \hat{h}_{n,k}^{i}} + \ln(1 - \xi_{i,n,k}^{r}) \right) - \lambda_{b} \left( \sum_{i,n,k} p_{i,n,k}^{b} - P_{\max}^{b} \right) - \sum_{n=1}^{N} \lambda_{n}^{r} \left( \sum_{i,k} p_{i,n,k}^{r} - P_{\max}^{r} \right) - \lambda_{T} \left( \sum_{i,n,k} (p_{i,n,k}^{b} + p_{i,n,k}^{r}) - P_{\max} \right)_{0}$$
(21)

式中, $\mu_i$ 、 $\nu_i$ 、 $\lambda_b$ 、 $\lambda_n^r$ 和  $\lambda_T$ 为式(20)中约束条件下的 拉格朗日因子。则相应的拉格朗日对偶函数表示为

$$g(\mu,\nu,\lambda) = \max L(\Phi,p^{b},p^{r},\mu,\nu,\lambda)$$
  
s. t.  $p_{i,n,j}^{b} \ge 0, p_{i,n,j}^{r} \ge 0_{\circ}$  (22)

## 3.1 评估拉格朗日因子

由于计算 $\mu_i, \nu_i, \lambda_b, \lambda_n'$ 和 $\lambda_T$ 非常复杂,因此,本 文采用次梯度的方法<sup>[8]</sup>来最小化  $g(\mu, \nu, \lambda)$ 。所 以,对偶变量 $\mu_i, \nu_i, \lambda_b, \lambda_n'$ 和 $\lambda_T$ 可通过以下的迭代 算法得到:

$$\mu_{i}(t+1) = \left(\mu_{i}(t) + \omega(t) \left(\frac{\gamma_{i,n,k}^{b,\min}N_{n}}{p_{i,n,k}^{b}\hat{h}_{b,n}^{i}} + \ln(1-\xi_{i,n,k}^{b})\right)\right)^{+}, \\ \nu_{i}(t+1) = \left(\nu_{i}(t) + \varphi(t) \left(\frac{\gamma_{i,n,k}^{r,\min}N_{k}}{p_{i,n,k}^{r}\hat{h}_{n,k}^{i}} + \ln(1-\xi_{i,n,k}^{r})\right)\right)^{+},$$
(23)

$$\lambda_{b}(t+1) = (\lambda_{b}(t) + \alpha(t) (\sum_{i,n,k} P_{i,n,k}^{b} - P_{\max}^{b}))^{+},$$
  
$$\lambda_{n}^{r}(t+1) = (\lambda_{n}^{r}(t) + \beta(t) (\sum_{i,k} P_{i,n,k}^{r} - P_{\max}^{r}))^{+},$$

· 426 ·

$$\lambda_{T}(t+1) = (\lambda_{T}(t) + \chi(t) (\sum_{i,n,k} (p_{i,n,k}^{b} + p_{i,n,k}^{r}) - P_{\max}))^{+}$$
(24)

式中, $\omega(t) > 0, \varphi(t) > 0, \alpha(t) > 0, \beta(t) > 0$  和 $\chi(t) > 0$ 是数值很小的序列, t 是指迭代的次数。这个梯度 方法确保上述的最优对偶变量是收敛的。

#### 3.2 中继选择

不像一些传统的单中继选择算法<sup>[1]</sup>,本文的算法是考虑多中继的选择。算法的目的是通过从 Z 个中继中选择 N 个中继来形成中继簇 Ψ,以最大化 两跳中的传输速率为基础来对中继进行选择。对于 中继 n,其最大传输速率为 maxR<sub>ink</sub>。

由于  $R_{i,n,k} = \frac{1}{2} \min\{R_{i,n,k}^{b}, R_{i,n,k}^{\prime}\},$ 则上述问题就可以表示为如何选择一个合适中继来最大化系统容量,且该中继能够最大化式(8)和式(9)的下边界,则相应的公式可以表示为

 $\Psi = \{n^* | \arg \max_n \min\{R_{i,n,k}^b, R_{i,n,k}'\}\}$ 。 (25) 式中, $n^*$ 表示从中继n中选出最优的中继进行解码 转发通信。从式(9)中可以观察出当有越多的中继 被选择协助传输数据时,则在第二跳中相应的传输 速率就提高得越多。然而,此算法也要考虑到第一 跳(8)中的最优传输速率。因此,式(25)为多目标 优化问题。在经过上述分析后,本文提出一个相应 的迭代算法去解决中继选择的问题。中继选择算法 描述如下:

(1)定义  $\Xi$  为网络中 z 个中继的集合,  $\Psi_k$  为被 用户 k 所选择的中继的集合,  $R_{b,n}^k$  为用户 k 选择中继 n 的第一跳的传输速率,  $R_{\Psi_k}$  为在第二跳中被用户 k选择的中继集合  $\Psi_k$ 的传输速率;

(2)初始化:令 R<sup>k</sup><sub>b,n</sub>=0, R<sub>Ψk</sub>=0, ∀ n ∈ Ψ<sub>k</sub>;
(3)对于 k=1:K;
(4)对于 s=1:N;
(5)寻找中继 n 使其满足 R<sup>k</sup><sub>b,n</sub>≥R<sup>k</sup><sub>b,s</sub>, s ∈ Ξ;
(6)Ξ=Ξ-{n}, 且 X<sub>k</sub>=X<sub>k</sub>+{n};
(7)结束用户 k 对中继选择的循环,得到 R<sub>Ψk</sub>;
(8) R<sub>b,n</sub>=min {R<sup>k</sup><sub>b,n</sub>, ∀ n ∈ Ψ<sub>k</sub>}, 假如 R<sub>b,n</sub>≥R<sub>Ψk</sub>,

则返回步骤7,否则,执行步骤9;

(9)重置 Ξ;

(10)如果所用用户都已经对中继选择完了,则 结束循环,否则继续。

这里  $R_{b,n}$ 和  $R_{\Psi_b}$ 可以通过公式(5)和(6)获得。

3.3 子载波分配

系统动态资源分配在满足所有用户 QoS 的需

求下,还要能够满足用户之间速率严格比例关系。 其用户之间的速率比例约束为

 $R_1: R_2: \cdots: R_K = r_1: r_2: \cdots: r_{K^\circ}$  (26)

另外,还需对子载波和功率资源进行联合优化, 才能使系统吞吐量达到最大。子载波分配的目的是 分配子载波给中继和用户来获得更好的信道增益。 所以,本节提出一种基于信道增益与噪声比值 $\vartheta_{b,n}^{i} = 1$  $\hat{h}_{b,n}^{i}|^{2}/\delta_{n}$ 和 $\vartheta_{n,k}^{i} = 1\hat{h}_{n,k}^{i}|^{2}/\delta_{k}$ 为基准的子载波分配算 法。首先为各用户分配子载波确保每个用户的最小 传输速率;其次,根据用户之间的速率比例,把剩余未 分配的子载波分配给相应用户来提升用户间比例公 平性。设置用户集合为A,用户实际速率为 $R_{k}$ 。

#### 3.3.1 为各用户分配子载波

首先,分配子载波来确保用户最小 QoS 的需求:

(1) 初始化, 对于所有用户  $R_k = 0$ ,  $A = \{1, 2, \dots, K\}$ ,  $\Theta = \{1, 2, \dots, M\}$ ,  $\Psi_k$ ;

(2) 当  $\Theta \neq \emptyset$ 和  $R_k < R_k^{\text{tar}}$ ;

(3)通过 $R_{k^*}$ - $R_{k^*}^{tar} \leq R_k$ - $R_k^{tar}$ 找出当前速率离其最小目标速率最远的用户 $k^*$ ;

(4) 对于用户  $k^*$ ,基于  $|\vartheta_{i^*,n^*}| \ge |\vartheta_{i,n}|, \forall i^*$ ,  $i \in \Theta, n^*, n \in \Psi_k$ ,找出最优的子载波  $i^*$  和中继  $n^*$ ;

(5)对于用户 k\*,通过公式(13)更新 R<sub>k\*</sub>;

(6) 更新  $\Omega_{k^*} = \Omega_{k^*} \cup i^*$ ,  $\Theta = \Theta - i^*$ ;

(7) 如果  $R_{k^*} \ge R_{k^*}^{\min}$ ,则  $A = A - k^*$ ;

(8)循环结束。

#### 3.3.2 剩余子载波的分配

其次,要通过分配剩余子载波来提升用户速率 比例公平性:

(1)当剩余子载波集合  $\Theta \neq \emptyset$ 时;

(2)在所有用户 k 中,根据公式(26)找出满足 R<sub>k\*</sub>/r<sub>k\*</sub> ≤ R<sub>k</sub>/r<sub>k</sub> 的用户 k<sup>\*</sup>;

(3) 对于用户  $k^*$ , 在剩余子载波集合  $\Theta$  中找出 满足  $|\vartheta_{k^*,n^*}| \ge |\vartheta_{k^*,n}|$ 的信道  $i^*$ , 分配给用户  $k^*$ ;

(4) 对于用户 k\*, 通过公式(13) 更新 R<sub>k\*</sub>;

(5) 更新  $\Omega_{k^*} = \Omega_{k^*} \cup i^*$ ,  $\Theta = \Theta - i^*$ ;

(6)如果  $\Theta = \emptyset$ ,循环结束。

#### 3.4 功率分配

通过3.2节和3.3节的算法可获得对应中继选 择和子载波分配。本小节将对最优的功率分配p<sup>b</sup> 和p<sup>r</sup>进行求解。由于式(22)是拉格朗日对偶函数, 则这个最优的功率分配函数就可以通过解式(21) 中的变量 p<sup>b</sup><sub>i.n.k</sub>和 p<sup>'</sup><sub>i.n.k</sub>来获得。

应用 KKT 方案,可求解得到路径 *P*(*i*,*n*,*k*)在 第一跳的最优功率分配

$$p_{i,n,k}^{b} = \frac{\mu_{i} \gamma_{i,n,k}^{b,\min} N_{n}}{\hat{h}_{b,n}^{i}} \left( \frac{\sigma_{n}^{2} + P_{\max}^{b} \sigma_{\varepsilon}^{2} / M}{L_{b,n} |\hat{h}_{b,n}^{i}|^{2}} - \frac{1}{2 \ln 2 (\lambda_{b} + \lambda_{T})} \right)^{-1} \circ$$
(27)

类似地,对于第二跳,路径 P(i,n,k) 最优的功率分配求解得到

$$p_{i,n,k}^{r^{*}} = \frac{\gamma_{i,n,k}^{r,\min}N_{k}}{\hat{h}_{n,k}^{i}} \\ \left\{ \frac{\sigma_{k}^{2} + NP_{\max}^{r} \sigma_{\varepsilon}^{2} / M}{L_{n,k} |\hat{h}_{n,k}^{i}|^{2}} + \frac{\sum_{m=1,m\neq n}^{N} |\hat{h}_{m,k}^{i}|^{2} p_{i,m,k}^{r}}{L_{n,k} |\hat{h}_{n,k}^{i}|^{2}} - \frac{1 - \mu_{k}}{2 \ln 2(\lambda_{n}^{r} + \lambda_{T})} \right\}^{-1}$$

$$(28)$$

#### 3.5 复杂度分析

本文中基于拉格朗日松弛的算法的复杂度为  $O(2+2M+N)^2$ ,第一跳和第二跳中自载波分配的计 算次数为M(K+N)和M(K+NK),所以本文算法的 复杂度为 $O(M(2K+N(K+1))(2+2M+N)^2+Z)$ 。而 文献[3]的复杂度为 $O(M(2K+Z(K+1)))(2+2M+Z)^2$ ,文献[2]的近似最优算法的计算复杂 度为 $O(M(2K+Z(K+1))(2+2M+Z)^2 lb(\varepsilon\sqrt{Z}))$ , 显然,本文提出算法的复杂度低于其他两种算法。

#### 4 仿真结果及性能分析

仿真环境选择一个具有 8 个中继的 OFDMA 下 行单蜂窝网络,基站在单蜂窝小区的中心,中继随机 分布在距离基站为 1.2~1.6 km 的区域中,5 个用户 随机分布在距离基站为 1.8~2 km 的区域中。其中, 中继和用户的分布情况如图 1 所示。系统总的可用 带宽为1 MHz,且整个频段被平均分成 64 个正交子载 波,AWGN 的功率谱密度为-140 dB·W/Hz。每个中 继的最大发射功率为10 dBm,且在仿真实验中都不 变。用户间速率比例约束条件设定为  $R_1 : R_2 : \cdots :$  $R_{\kappa} = 2 : 2 : 1 : 1 : 1, 两跳的中断概率门限值都设为$  $0.02。信道估计误差方差 <math>\sigma_s^2 = 0.05$ 。从图 1 中可知 有 5 个中继被选择用来协助通信。



图 2 给出了 3 种算法关于系统总容量的比较。 从图中可以看出本文提出方案的系统吞吐量要明显 好于文献[2]和文献[3]算法的系统吞吐量,与文献 [2]算法和文献[3]算法相比,其性能吞吐量分别提 升了 3.4% 和 29%,因为在本文的算法中考虑到了 中继选择和信道误差的影响,而文献[3]没有考虑 这些因素。另外,文献[2]方案没有给出子载波的 分配方案,没有达到资源分配的最大化,所以相比 较,本文提出算法的性能要优于文献[2]和文献[3] 的算法。



图 2 系统吞吐量与基站最大发射功率的关系 Fig. 2 Sum throughout versus maximum power of the BS

图 3 比较了 3 种算法速率比值的公平性。用户 个数为 5,且基站的发射功率为40 dBm。从图中可 以看出相对于文献[2]算法和文献[3]算法,本文提 出的算法是最接近设定用户速率的比例标准,所以 其比例公平性是最好的。虽然文献[2]考虑了用户 速率比例的要求,却忽视了信道估计误差的影响,使 得其公平性次于本文算法。另外,文献[2]的算法 为了追求系统容量的最大化而忽略了用户之间对速 率比例的要求,使得用户 3 和 5 的传输速率远远超 出了其预先设定的比例,占用了大部分系统容量资 源,这对其他用户是不公平的。



图 3 用户之间传输速率比值的比较 Fig. 3 Normalized ergodic rate distribution among users

图4比较了3种算法的中断概率,3种算法的 中断概率性能随着基站大发射功率的增加而变小。 从图中可以看出,本文提出算法的中断概率明显低 于其他两种算法。虽然文献[3]提出的算法保证了 用户之间的比例速率的公平性,但却没有把用户最 小传输速率的约束条件考虑进去,而另外的两种方 案考虑到了用户的最小 QoS 要求,使得文献[3]方 案中的中断性能明显低于其他两种方案。由图3和 图4可知,本文提出的算法从比例公平性和中断概 率的性能都优于其他两种算法。



图 4 中断概率与基站最大发射功率的关系 Fig. 4 Outage probability versus maximum power of the BS

由图 5 可知,3 种算法的总吞吐量随着信道估 计误差方差的增大而降低。然而,本文提出的算法 受到误差方差的影响最小,而文献[3]提出的方案 未考虑估计误差,其性能最差且受到估计误差的影 响最大。



图 5 估计误差方差对系统吞吐量的影响 Fig. 5 Estimated error variance versus sum throughout

#### 5 结束语

本文在考虑到信道误差的情况下,提出了一种 考虑了用户中断概率约束条件的多中继和多用户的 OFDMA 中继系统下的中继选择、子载波分配和功率 分配算法,在有效降低用户中断概率的同时又能解 决资源分配问题,算法的优化问题可以分成三个子问题,分别是中继选择、子载波分配和功率分配,这些优化的最终目的是在最大化系统的吞吐量同时保证用户之间的公平性。

#### 参考文献:

- Chakrapani A, Malaney R. Low complexity power allocation scheme for regenerative multi – user relay networks [C]// Processing of 2014 IEEE International Conference on Communications. Sydney, NSW: IEEE, 2014:5419–5425.
- [2] Yuan L, Meixia T. Optimal channel and relay assignment in OFDM-based multi-relay multi-pair two-way communication networks[J]. IEEE Transactions on Communications, 2012,60(2): 317-321.
- [3] 陈瑾平,李春国,杨绿溪.比例速率约束下 OFDMA 系 统近似最优的资源分配算法[J].电子与信息学报, 2011,33(5):1147-1153.
  CHEN Jinping, LI Chunguo, YANG Lvxi. Near—optimal resource allocation algorithms for OFDMA systems with proportional rate constraints [J]. Journal of Electronics&Information Technology, 2011, 33(5):1147-1153. (in Chinese)
- [4] Mallick S, Devarajan R, Rashid M M. Resource allocation for selective relaying based cellular wireless system with imperfect CSI [ J ]. IEEE Transactions on Communications, 2013, 61(5):1822-1834.
- [5] Wang Junbo, Su Qin, Wang Jiangzhou, et al. Imperfect CSI -based joint resource allocation in multi-relay OFDMA networks[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2014, 63(8):3806-3817.
- [6] CaiX D, Giannakis G B. Error probability minimizing pilots for OFDM with M-PSK modulation over rayliegh-fading channels[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2004, 53(1):146-155.
- [7] Jayasinghe L K S, Rajatheva N. Optimal power allocation for relay assisted cognitive radio networks [C]//Proceedings of 2010 Vehicular Technology Conference. Ottawa, ON:IEEE,2010:1-5.
- [8] Bertsekas D, Hager W, Mangasarian O, et al. Nonlinear programming[M]. Belmont, MA: Athena Scientific 1999.

#### 作者简介:



**霍 龙**(1988—),男,新疆人,硕士研究 生,研究方向为无线网中的资源管理。

HUO Long was born in Xinjiang Uygur Autonomous Region, in 1988. He is now a graduate student. His research concerns resources management in wireless network.

Email:476631575@ qq. com