

论对常规投资项目净现值函数认识的误区

李海涛, 陈 通, 刘小可

(天津大学 管理学院, 天津 300072)

摘 要:在投资项目的经济评价中,净现值是最常用的指标,而目前国内有些学者把常规投资项目净现值函数简单地认为是单调递减的凹函数。本文对两种不同类型的常规投资项目净现值函数进行了探讨,对函数的具体性质和图像做了明确说明,旨在纠正目前理论界对常规投资项目净现值函数的错误认识。

关键词:常规投资项目;净现值函数;单调递减

中图分类号:F830.59;F062.4 **文献标识码:**A **文章编号:**1002-980X(2008)01-0099-04

根据投资项目现金流量的形式,投资项目可分为常规投资和非常规投资。常规投资在开始有一个或几个带负号的现金流出后,接着会出现一个或许多个带正号的现金流入,且计算期内各年净现金流量的代数和大于零。非常规投资有一个或更多个带负号的现金流出,但它们是分散在带正号的现金流入之间的,也就是说,常规投资项目在项目初期有一次或若干次投资支出(现金流出)后,接着出现的全部(一个或多个)为净现金流入,净现金流量的符号按时间序列只改变一次。对常规投资项目的净现值(net present value, NPV)函数的性质,从我国的很多技术经济、工程经济的教科书以及相关的学术论文中^[1-12]中可以看出,一些学者对其还存在认识上的误区,即认为其函数类型为单调递减的凹函数,认为函数图像如图 1 所示。那么图 1 所示的是否是所有常规投资项目的 NPV 函数图像呢?我们首先来看净现值函数的定义。

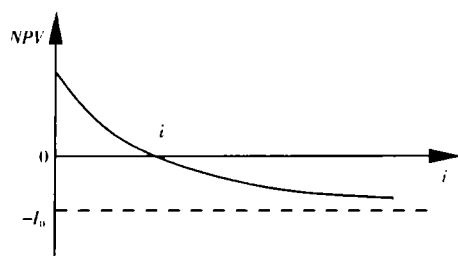


图 1 只有一期投资的常规投资项目的净现值函数曲线

1 净现值函数

在投资项目的经济评价中,净现值(NPV)是最重要的指标之一。所谓的净现值,是指项目按基准收益率 i 将各年的净现金流量折现到建设起点的现值之和,其表达式为

$$NPV(i) = \sum_{t=0}^n (CI_t - CO_t)(1+i)^{-t}. \quad (1)$$

其中, CI_t 为现金的流入量, CO_t 为现金的流出量, n 为项目的寿命期。由式(1)可以看出,当项目的现金流已知时,净现值是基准收益率 i 的函数。

2 只有一期投资的常规投资项目的净现值函数

下面我们通过证明来说明图 1 所示的仅仅是只有一期初始投资的常规投资项目的 NPV 函数图像。

设某一常规投资项目第 1 年年初的投资为 I_0 , 以后每年年末的净收益为 $R_j (j = 1, 2, \dots, n)$, 且

$$\sum_{j=1}^n R_j > I_0, \text{ 则有:}$$

$$NPV(i) = -I_0 + R_1(1+i)^{-1} + R_2(1+i)^{-2} + \dots + R_n(1+i)^{-n} \quad (2)$$

$$NPV'(i) = -R_1(1+i)^{-2} - 2R_2(1+i)^{-3} - \dots - nR_n(1+i)^{-n-1} < 0 \quad (3)$$

$$NPV''(i) = 2R_1(1+i)^{-3} + 2 \times 3R_2(1+i)^{-4} + \dots + n(n+1)R_n(1+i)^{-n-2} > 0 \quad (4)$$

收稿日期:2007-09-06

基金项目:国家自然科学基金项目(70572043)

作者简介:李海涛(1977—),男,山东蒙阴人,天津大学管理学院技术经济与数量经济研究所讲师,技术经济及管理学博士,研究方向:技术经济原理与方法;陈通(1956—),男,广东新会人,天津大学管理学院教授,博士生导师,管理学博士,研究方向:技术经济原理与方法;刘小可(1981—),女,辽宁沈阳人,天津大学管理学院,技术经济及管理博士研究生,研究方向:技术经济原理与方法。

由式(3)和式(4)可以看出,此时的 NPV 函数是单调递减的凹函数,且 $\lim_{i \rightarrow \infty} NPV(i) = -I_0$, 故函数的水平渐近线为 $NPV = -I_0$; 当 $i = 0$ 时, $NPV(0) = \sum_{j=1}^n R_j - I_0 > 0$ 。所以,函数图像和横轴有且仅有一个交点,即图 1 中的点 $(i^*, 0)$, 它为项目惟一的内部收益率。此时的 NPV 函数图正是图 1 所示的形状。

3 有多期投资的常规投资项目的净现值函数

下面,我们来讨论有多期投资的常规投资项目的 NPV 函数的性质。若项目为常规投资项目,可设第 1 年年初的投资为 I_0 , 以后从第 1 年到第 j 年,每年年初的投资分别为 $I_1, I_2, \dots, I_j$, 从第 $j+1$ 年开始,每年年末的净收益为 $R_{j+1}, R_{j+2}, \dots, R_n$, 且

$$\begin{aligned} NPV(i) &= -I_0 - \frac{I_1}{1+i} - \dots - \frac{I_j}{(1+i)^j} + \frac{R_{j+1}}{(1+i)^{j+1}} + \dots + \frac{R_n}{(1+i)^n} = -I_0 - \frac{I_1}{1+i^*} \left(\frac{1+i^*}{1+i} \right) - \dots - \\ &\quad \frac{I_j}{(1+i^*)^j} \left(\frac{1+i^*}{1+i} \right)^j + \frac{R_{j+1}}{(1+i^*)^{j+1}} \left(\frac{1+i^*}{1+i} \right)^{j+1} + \dots + \frac{R_n}{(1+i^*)^n} \left(\frac{1+i^*}{1+i} \right)^n = -I_0 - \frac{I_1}{1+i^*} T - \dots - \\ &\quad \frac{I_j}{(1+i^*)^j} T^j + \frac{R_{j+1}}{(1+i^*)^{j+1}} T^{j+1} + \frac{R_n}{(1+i^*)^n} T^n \\ &> \left[-I_0 - \frac{I_1}{1+i^*} - \dots - \frac{I_j}{(1+i^*)^j} \right] T^j + \left[\frac{R_{j+1}}{(1+i^*)^{j+1}} + \dots + \frac{R_n}{(1+i^*)^n} \right] T^{j+1} \\ &> \left[-I_0 - \frac{I_1}{1+i^*} - \dots - \frac{I_j}{(1+i^*)^j} \right] T^j + \left[\frac{R_{j+1}}{(1+i^*)^{j+1}} + \dots + \frac{R_n}{(1+i^*)^n} \right] T^j \\ &= \left[-I_0 - \frac{I_1}{1+i^*} - \dots - \frac{I_j}{(1+i^*)^j} + \frac{R_{j+1}}{(1+i^*)^{j+1}} + \dots + \frac{R_n}{(1+i^*)^n} \right] T^j = 0。这就是说,当 $i < i^*$ 时, $NPV(i) > 0$ 。 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{当 } i > i^* \text{ 时,令 } T = \frac{1+i^*}{1+i}, \text{ 则 } T < 1, \text{ 此时 } NPV(i) &= -I_0 - \frac{I_1}{1+i} - \dots - \frac{I_j}{(1+i)^j} + \frac{R_{j+1}}{(1+i)^{j+1}} + \dots + \frac{R_n}{(1+i)^n} = -I_0 - \frac{I_1}{1+i^*} \left(\frac{1+i^*}{1+i} \right) - \dots - \frac{I_j}{(1+i^*)^j} \left(\frac{1+i^*}{1+i} \right)^j + \frac{R_{j+1}}{(1+i^*)^{j+1}} \left(\frac{1+i^*}{1+i} \right)^{j+1} + \dots + \frac{R_n}{(1+i^*)^n} \left(\frac{1+i^*}{1+i} \right)^n = -I_0 - \frac{I_1}{1+i^*} T - \dots - \frac{I_j}{(1+i^*)^j} T^j + \frac{R_{j+1}}{(1+i^*)^{j+1}} T^{j+1} + \frac{R_n}{(1+i^*)^n} T^n < \\ &\quad \left[-I_0 - \frac{I_1}{1+i^*} - \dots - \frac{I_j}{(1+i^*)^j} \right] T^j + \left[\frac{R_{j+1}}{(1+i^*)^{j+1}} + \dots + \frac{R_n}{(1+i^*)^n} \right] T^{j+1} < \\ &\quad \left[-I_0 - \frac{I_1}{1+i^*} - \dots - \frac{I_j}{(1+i^*)^j} \right] T^j + \left[\frac{R_{j+1}}{(1+i^*)^{j+1}} + \dots + \frac{R_n}{(1+i^*)^n} \right] T^j = \\ &\quad \left[-I_0 - \frac{I_1}{1+i^*} - \dots - \frac{I_j}{(1+i^*)^j} + \frac{R_{j+1}}{(1+i^*)^{j+1}} + \dots + \frac{R_n}{(1+i^*)^n} \right] T^j = 0。这就是说,当 $i > i^*$ 时, $NPV(i) < 0$ 。 \end{aligned}$$

所以, i 在 $(0, +\infty)$ 中除了 i^* 外的任何取值,均不能使 $NPV=0$, 因此常规投资项目 NPV 的值等于零的解,即项目的内部收益率是惟一的。

$\sum_{t=j+1}^n R_t > \sum_{t=0}^j I_t$, 则该项目的 NPV 函数为:

$$NPV(i) = -I_0 - I_1(1+i)^{-1} - \dots - I_j(1+i)^{-j} + R_{j+1}(1+i)^{-(j+1)} + \dots + R_n(1+i)^{-n} \quad (5)$$

由式(5)可以看出,当 $i = 0$ 时, $NPV(0) =$

$\sum_{t=j+1}^n R_t - \sum_{t=0}^j I_t > 0$, 则 NPV 函数曲线交于横坐标轴上方; 当 $i \rightarrow \infty$ 时, $NPV \rightarrow -I_0$, 这样 NPV 函数曲线与横坐标轴至少有一个交点 $(i^*, 0)$ 。下面我们证明这个交点是惟一的。

当 $i = i^*$ 时, 有 $NPV(i^*) = 0$, 即 $-I_0 -$

$$\frac{I_1}{1+i^*} - \dots - \frac{I_j}{(1+i^*)^j} + \frac{R_{j+1}}{(1+i^*)^{j+1}} + \dots + \frac{R_n}{(1+i^*)^n} = 0;$$

当 $i < i^*$ 时, 令 $T = \frac{1+i^*}{1+i}$, 则 $T > 1$, 此时

由式(5)可以得到:

$$NPV(i) = -I_0 - I_1(1+i)^{-1} - \dots - I_j(1+i)^{-j} + R_{j+1}(1+i)^{-(j+1)} + \dots + R_n(1+i)^{-n} = -I_0 + (1 +$$

$i)^{-1}[-I_1-\cdots-I_j(1+i)^{-j+1}+R_{j+1}(1+i)^{-j}+\cdots+R_n(1+i)^{-n+1}]$ 。令 $A=-I_1-\cdots-I_j(1+i)^{-j+1}+R_{j+1}(1+i)^{-j}+\cdots+R_n(1+i)^{-n+1}$ ，显然 $\lim_{i\rightarrow\infty}A=-I_1$ ，也就是说，当 i 充分大时， $A<0$ ，则 $(1+i)^{-1}A<0$ ，即 $(1+i)^{-1}[-I_1-\cdots-I_j(1+i)^{-j+1}+R_{j+1}(1+i)^{-j}+\cdots+R_n(1+i)^{-n+1}]<0$ 。因此，当 i 充分大时， $NPV(i)<-I_0$ 。

对式(5)求一阶导数，则有：

表 1 派生项目 1 的净现金流量表

年份	0	1	...	$j-1$	j	...	$n-1$
净现金流量	$-I_1$	$-2I_2$	...	$-jI_j$	$(j+1)R_{j+1}$	...	nR_n

其净现值用 $\overline{NPV}$ 来表示，当 $i=0$ 时， $\overline{NPV}(0)=-I_1-2I_2-\cdots-jI_j+(j+1)R_{j+1}+\cdots+nR_n>-j(I_1+I_2+\cdots+I_j)+(j+1)(R_{j+1}+\cdots+R_n)>-j(I_1+I_2+\cdots+I_j)+j(R_{j+1}+\cdots+R_n)=j(-I_1-I_2-\cdots-I_j+R_{j+1}+\cdots+R_n)>0$

当 $i\rightarrow\infty$ 时， $\overline{NPV}\rightarrow-I_1$ 。对于常规的投资项目而言， NPV 的值等于零的解是惟一的，上面已经证明了。则存在一个 i_1 ，使得 $\overline{NPV}(i_1)=0$ ，而且当 $i<i_1$ 时， $\overline{NPV}(i)>0$ ；当 $i>i_1$ 时， $\overline{NPV}(i)<0$ 。再考虑式(6)：当 $i<i_1$ 时， $NPV'(i)<0$ ；当 $i>i_1$ 时，

$$NPV'(i)=I_1(1+i)^{-2}+\cdots+jI_j(1+i)^{-(j+1)}-(j+1)R_{j+1}(1+i)^{-(j+2)}-\cdots-nR_n(1+i)^{-(n+1)}=-(1+i)^{-2}[-I_1-\cdots-jI_j(1+i)^{-(j-1)}+(j+1)R_{j+1}(1+i)^{-j}+\cdots+nR_n(1+i)^{-(n-1)}]。$$

我们把式(5)的项目叫做原项目，式(6)中括号内的表达式可以看作是如表 1 所示的常规投资项目的净现值函数，并把这一项目叫做派生项目 1。

$NPV'(i)>0$ 。这说明，原项目的净现值函数在 i_1 的左边是递减的，在 i_1 的右边是递增的。

对式(5)求二阶导数，则有： $NPV''(i)=-2I_1(1+i)^{-3}-\cdots-j(j+1)I_j(1+i)^{-(j+2)}+(j+1)(j+2)R_{j+1}(1+i)^{-(j+3)}=(1+i)^{-3}[-2I_1-\cdots-j(j+1)I_j(1+i)^{-(j-1)}+(j+1)(j+2)R_{j+1}(1+i)^{-j}]$

式(7)中括号内的表达式可以看作是如表 2 所示的常规投资项目的净现值函数，我们把这一项目叫做派生项目 2，其净现值记为 $\overline{NPV}$ 。

表 2 派生项目 2 的净现金流量表

年份	0	1	...	$j-1$	j	...	$n-1$
净现金流量	$-2I_1$	$-2\times 3I_2$	...	$-j(j+1)I_j$	$(j+1)(j+2)R_{j+1}$	...	$n(n+1)R_n$

采用与上面完全相同的方法可以得出：当 $i=0$ 时， $\overline{NPV}>0$ ；当 $i\rightarrow\infty$ 时， $\overline{NPV}\rightarrow-2I_1$ 。则也存在一个 i_2 ，使得 $\overline{NPV}(i_2)=0$ ；而且当 $i<i_2$ 时， $\overline{NPV}>0$ ， $NPV''(i)>0$ ；当 $i>i_2$ 时， $\overline{NPV}<0$ ， $NPV''(i)<0$ 。因此，原项目的净现值函数在 $i<i_2$ 时，为下凸；在 $i>i_2$ 时，为上凸。

综合上面的证明，可以得出有多期投资的常规投资项目的净现值函数曲线如图 2 所示。

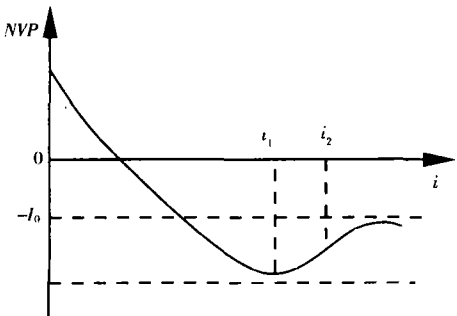


图 2 多期投资的常规投资项目的净现值函数曲线

4 结论

现金流的类型不同，净现值函数的性质也不同。根据现金流类型的不同，投资项目可以分为常规投资项目和非常规投资项目两大类。常规投资项目中只有一期初始投资的 NPV 函数是单调递减的凹函数，有多期投资的常规投资项目的 NPV 函数是先递减后递增的，两类函数最后都趋近于第 1 年年初投资的负值；而非常规投资项目的净现值函数是无规则的曲线，没有特殊的规律可以遵循，需要根据具体情况具体分析^[13]。

参考文献

[1] 刘玉明. 工程经济学[M]. 北京:清华大学出版社,北京交通大学出版社,2006:16.
[2] 叶义仁. 建设工程经济[M]. 北京:中国建筑工业出版社,2006:73.
[3] 赵建华,高风彦. 技术经济学[M]. 2版. 北京:科学出版社,2006:31-32.

- [4] 蒋太才. 技术经济学基础[M]. 北京:清华大学出版社, 2006:47.
- [5] 黄渝祥,邢爱芳. 工程经济学[M]. 3 版. 上海:同济大学出版社,2005:35.
- [6] 李相然. 工程经济学[M]. 北京:中国建材工业出版社, 2005:124.
- [7] 姜早龙. 工程经济学[M]. 长沙:中南大学出版社,2005: 95.
- [8] 刘秋华. 技术经济学[M]. 北京:机械工业出版社,2005: 61-62.
- [9] 王克强. 工程经济学[M]. 上海:上海财经大学出版社, 2004:98.
- [10] 武献华,宋维佳,屈哲. 工程经济学[M]. 大连:东北财经大学出版社,2002:103.
- [11] 王岩,蔡小军. 净现值指标的进一步分析及其修正算法研究[J]. 数量经济技术经济研究,2004(11):70-75.
- [12] 张云,薛静. 投资项目评价两种方法的比较与选择——净现值法和内含报酬率法[J]. 财经问题研究,2004(3): 29-31.
- [13] 李海涛. 基于有限理性的投资项目经济评价研究[D]. 天津:天津大学,2006.

Analysis on Misunderstanding of NPV Function of Conventional Investment Project

Li Haitao, Chen Tong, Liu Xiaoke

(School of Management, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: In the investment project appraisal, the index of the net present value(NPV) is frequently used. However, some domestic scholars simply think it as a monotone decreasing concave function. This paper discusses two different net present value functions of the conventional investment project, aiming to correct the misunderstanding about the net present value function of the conventional investment project in theory field.

Key words: conventional investment project; net present value function; monotone decreasing

(上接第 72 页)

参考文献

- [1] 罗必良,李孔岳,吴忠培. 中国农业生产组织:生存、演进及发展[J]. 当代财经,2001(1):52.
- [2] 徐辉. 合作社相关资料参考[J]. 中国发展简报,2006(6).
- [3] 杨少平. 美国农场主合作社与市场经济同步发展[EB/OL]. [2007-08-12]. <http://www.coopstom/agricoop/foreign%20coop/01us.html>.
- [4] 林政. 对农业家庭经营组织的辩证思考[J]. 经济问题, 2004(10):41.
- [5] 何广文. 德国东部农业合作社发展的特征与启示[J]. 德国研究,2001(3):38.
- [6] 王洪春. 中外合作制度比较研究[M]. 合肥:合肥工业大学出版社,2007:232.
- [7] 王金堂. 农地承包经营权的财产性与社会保障性之冲突与选择[J]. 中共青岛市委党校青岛行政学院学报,2006(5): 87.
- [8] 李昌麒主编. 中国农村法治发展研究[M]. 北京:人民出版社,2006:109.
- [9] 左传卫. 股东出资法律问题研究[M]. 北京:中国法制出版社,2004:243.
- [10] 曼瑟尔·奥尔森. 集体行动的逻辑[M]. 上海:上海三联书店,上海人民出版社,1995.
- [11] 曹顺明. 股份有限公司董事损害赔偿责任研究[M]. 北京:中国法制出版社,2005:86.

Innovation of Organizational Form and Construction of Legal Regime on Agricultural Production : A Study on Corporate and Private Farm

Gao Hai, Li Shanghong

(School of Adult Education, Anhui University of Finance & Economics, Bengbu Anhui 233061, China)

Abstract: The organization form of agricultural production must keep pace with the development of productive forces. Compared with the agricultural producers cooperative, the construction of corporate and private farm is more advantageous to develop agricultural production. In order to coordinate the legal conflicts between bankruptcy of corporate and private farm and investment of the right of land contractual management, the withdrawal mechanism of the right of land contractual management should be established. And the supervision mechanism should be improve to control the insider control of corporate and private farm.

Key words: agricultural production; organization form; legal regime; corporate system; private farm